

ARBEITSBLATT ZUM ALTERNATIVTEST

Die Firma Levis produziert für die Levis 501 einen qualitativ hochwertigen Jeansstoff. Da allerdings nur absolut tadellose Ware in die Nähabteilung kommt, ist der Ausschuss sehr hoch: nur 70% der von der Webmaschine produzierten Ware können tatsächlich weiterverarbeitet werden.

Ein Webmaschinen-Hersteller verspricht, dass seine Webmaschinen den Ausschuss auf 10% senken könnten. Die Firma Levis möchte sich von der Funktionalität der neuen Webmaschine überzeugen und gibt 20 Jeansstoffe in Auftrag.

a) Angenommen, die neue Webmaschine arbeitet tatsächlich so gut, dass 90% der Ware weiterverarbeitet werden können.

- (1) Wie viele fehlerfreie Stoffe erwartet man bei den 20 Versuchsstoffen? $\mu =$ _____
- (2) Wenn weniger als 18 fehlerfreie Stoffe produziert werden, so misstraut man dem Hersteller eher. Allerdings kommt dies mit relativ hoher Wahrscheinlichkeit vor. Berechnen Sie dazu zur Zufallsgröße X: *Anzahl der guten Stoffe* die Wahrscheinlichkeit für

$$P(X \leq 17) = \text{_____}, P(X \leq 16) = \text{_____}, P(X \leq 15) = \text{_____}$$

$$P(X \leq 14) = \text{_____}, P(X \leq 13) = \text{_____}$$

- (3) Überprüfen Sie Ihr Ergebnis am unten dargestellten Histogramm der WS-Verteilung.

b) Nehmen wir jetzt an, dass die neuen Maschinen doch nicht besser als die alten Maschinen arbeiten und ebenfalls 30% Ausschuss produzieren.

- (1) Wie viele gute Stoffe erwartet man dann bei den 20 Versuchsstoffen? $\mu =$ _____
- (2) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in Form eines Histogramms dar.
- (3) Wie man im Histogramm leicht erkennen kann, ist die WS dafür, dass mehr als 14 fehlerfreie Stoffe produziert werden, gar nicht so gering. Berechnen Sie auch diesmal zur Zufallsgröße X: *Anzahl der guten Stoffe* die Wahrscheinlichkeit für

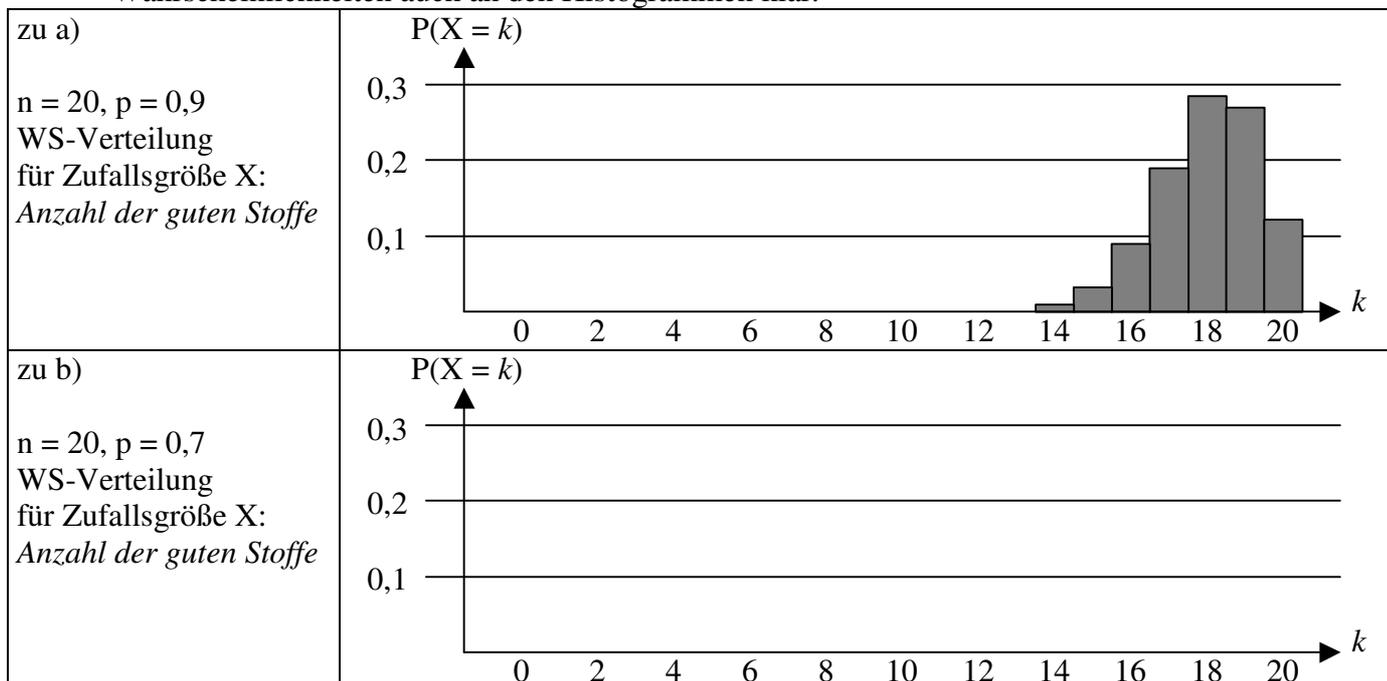
$$P(X \geq 15) = \text{_____}, P(X \geq 16) = \text{_____}, P(X \geq 17) = \text{_____}$$

$$P(X \geq 18) = \text{_____}, P(X \geq 19) = \text{_____}, P(X \geq 20) = \text{_____}$$

c) Die beiden oben genannten *Alternativen* ($p = 0,9$ und $p = 0,7$) können mit Hilfe des Versuchs (20 Teststoffe) nicht eindeutig bestätigt oder wiederlegt werden. Allerdings tendiert man bei 18 oder mehr guten Stoffen eher zu $p = 0,9$ und bei 14 oder weniger guten Stoffen eher zu $p = 0,7$. Dazwischen ist die Sache nicht so klar, da beide Alternativen gut möglich sind. Die Firma Levis stellt folgende *Entscheidungsregel* auf:

Falls $X \geq 17$, dann halten wir $p = 0,9$ für richtig; falls $X \leq 16$, dann halten wir $p = 0,7$ für richtig.

- (1) Welche Fehler sind bei dieser Entscheidungsregel möglich? Argumentieren Sie einmal aus der Sicht von Levis und einmal aus der Sicht des Webmaschinen-Herstellers.
- (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten die in (1) genannten Fehler auf? Machen Sie sich die Wahrscheinlichkeiten auch an den Histogrammen klar.



LÖSUNGEN

a)

- (1) Wie viele fehlerfreie Stoffe erwartet man bei den 20 Versuchsstoffen? $\mu = \underline{18}$
- (2) Wenn weniger als 18 fehlerfreie Stoffe produziert werden, so misstraut man dem Hersteller eher. Allerdings kommt dies mit relativ hoher Wahrscheinlichkeit vor. Berechnen Sie dazu zur Zufallsgröße X: Anzahl der guten Stoffe die Wahrscheinlichkeit für
 $P(X \leq 17) = \underline{0,323}$, $P(X \leq 16) = \underline{0,133}$, $P(X \leq 15) = \underline{0,043}$
 $P(X \leq 14) = \underline{0,011}$, $P(X \leq 13) = \underline{0,002}$
- (3) Überprüfen Sie Ihr Ergebnis am unten dargestellten Histogramm der WS-Verteilung.

b)

- (1) Wie viele gute Stoffe erwartet man dann bei den 20 Versuchsstoffen? $\mu = \underline{14}$
- (2) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung in Form eines Histogramms dar.
- (3) Wie man im Histogramm leicht erkennen kann, ist die WS dafür, dass mehr als 14 fehlerfreie Stoffe produziert werden, gar nicht so gering. Berechnen Sie auch diesmal zur Zufallsgröße X: Anzahl der guten Stoffe die Wahrscheinlichkeit für
 $P(X \geq 15) = \underline{0,416}$, $P(X \geq 16) = \underline{0,238}$, $P(X \geq 17) = \underline{0,107}$
 $P(X \geq 18) = \underline{0,035}$, $P(X \geq 19) = \underline{0,008}$, $P(X \geq 20) = \underline{0,001}$

c) Entscheidungsregel

Falls $X \geq 17$, dann halten wir $p = 0,9$ für richtig; falls $X \leq 16$, dann halten wir $p = 0,7$ für richtig.

- (1) Fehler 1. Art: $p = 0,9$ richtig, wird aber verworfen, da weniger als 17 gute Stoffe dabei sind.
Fehler 2. Art: $p = 0,9$ ist falsch, wird aber angenommen, da mehr als 16 gute Stoffe dabei sind.
- (2) $P_{0,9}(X \leq 16) = 0,133$
 $P_{0,7}(X \geq 17) = 0,107$

